

TERMISKE MOLEKULARTRYK I RØR OG PORØSE LEGEMER

AF

MARTIN KNUDSEN

(FORELAGT I MØDET DEN 17. DECEMBER 1909)

I en tidligere Afhandling¹ har jeg vist, at i et Rør, i hvilket der finder et Temperaturfald Sted, vil Lufttrykket i Ligevægtstilstanden have forskellige Værdier paa forskellige Steder. De foretagne Eksperimenter viste sig at være i Overensstemmelse med den Antagelse, at Trykkene p_1 og p_2 paa to forskellige Steder i Røret var forbundne med de absolute Temperaturer T_1 og T_2 paa de samme Steder ved Ligningen

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (1)$$

under Forudsætning af, at Rørdiametren er forsvindende lille i Sammenligning med Molekulernes Middelvejlængde. Har man derimod Molekulernes Middelvejlængde forsvindende lille i Sammenligning med Rørdiametren, gælder Ligevægtsbetingelsen

$$\frac{p_1}{p_2} = 1 \quad (2)$$

I det følgende skal Rigtigheden af Ligning (1) godtgøres ved mere direkte Forsøg end de tidligere beskrevne; en Analogi med elektrisk Induktion skal omtales, og desuden skal det vises, hvorledes man ved Maaling af Trykkene og de tilhørende Temperaturer kan danne sig et Skøn over Størrelsen af Porerne i et porøst Legeme.

Inde i et Glasrør, der var 7,5 mm i Diameter, anbragtes

¹ Vid. Selsk. Oversigt 1909 Nr. 6. S. 603.

en Prop af faststampet udglødet Asbest. Ovenpaa denne Prop anbragtes en 7,6 cm lang Prop af tørt Magnesiapulver, der under Paafyldningen stødtes fast sammen, saa det sluttede meget tæt til Glasrørets Sider. Over Magnesiaproppen anbragtes atter en Asbestprop. De to Asbestpropper havde den Bestemmelse at hindre Magnesiapulveret i at falde ud eller dele sig under Udpumpningen. Hver Ende af Røret forbandtes med et Mc. LEODS Manometer.

Apparatet fyldtes med Brint af 0,3000 mm Kvægsølvtryk, hvorpaa Glasrøret opvarmedes elektrisk ved Magnesiaproppens ene Ende til Temperaturen $248,5^\circ$, hvorved Magnesiaproppens anden Ende fik Temperaturen $21,9^\circ$. Disse Temperaturer er Middeltal af en Række Maalinger, som foretoges i Løbet af nogle Dage, som Forsøget varede. Der benyttedes Kvægsølvthermometre, hvis Beholdere var i Berøring med de Steder af Glasrøret, hvor Temperaturerne skulde maales. Om Termometerbeholder og Glasrør vikledes et Stykke Asbest. Uden om dette vikledes tyndt Kobberblik. Udenom dette anbragtes endelig Opvarmningstraaden paa den Forbinding, i hvilken Røret skulde opvarmes. Paa denne Maade sikredes, at Glasrøret og dermed Enden af Magnesiaproppen meget nær havde samme Temperatur som Termometerbeholderen. Den høje Temperatur korrigeredes for de sædvanlige Termometerfejl og for Termometerkvægsølvets udestaaende Del. Da Opvarmningsstrømmen ikke var ganske konstant, varierede den høje Temperatur nogle faa Grader. Manometrenes Angivelser p'_1 og p'_2 bestemtes 3 Gange under Forsøget ved Aflæsninger paa Manometrene, hvorved det viste sig, at Opvarmningen som ventet foranledigede en Trykstigning i det Manometer, som var direkte forbundet med Magnesiaproppens varmeste Ende.

I følgende Tabel er de aflæste og korrigerede Tryk p'_1 og p'_2 opført tillige med den Tid τ angivet i Timer og Minutter, som ved Trykmaalingen var forløbet siden Forsøgets Begyndelse.

τ	p'_1 mm Hg	p'_2 mm Hg	$p'_1 - p'_2$
0	0,3000	0,3000	0,0000
18 ^h 25'	0,3308	0,2716	0,0592
23 ^h 25'	0,3347	0,2693	0,0654
46 ^h 50'	0,3414	0,2641	0,0773
∞	0,3428	0,2628	0,0800

De til Tiden $\tau = \infty$ opførte Værdier for Trykkene er fundne af to Sæt af de øvrige ved Ekstrapolation. Man ser, at de kun er lidt forskellige fra de Tryk, som maalttes efter næsten to Døgns Forløb, saa Ekstrapolationen kunde foretages med ret stor Sikkerhed. Regningen er foretaget ud fra den Forudsætning, at den Luftmængde, som i et Tidselement strømmer gennem Magnesiaproppen i Retning fra p'_1 til p'_2 , er proportional med $(p'_1 - p'_2)_\tau - (p'_1 - p'_2)_\infty$, hvor $(p'_1 - p'_2)_\infty$ er den søgte Trykforskel, som vilde fremkomme ved lang Tids Hensstand. Under denne Antagelse faar man Trykforskellen $(p'_1 - p'_2)$ til Tiden τ bestemt ved

$$\log \frac{-(p'_1 - p'_2)_\infty}{(p'_1 - p'_2)_\tau - (p'_1 - p'_2)_\infty} = k\tau$$

hvor k er en Konstant under hele Forsøget. Ved at anvende denne Ligning paa den første, tredje og fjerde Maaling af Trykkene findes $(p'_1 - p'_2)_\infty = 0,0800$, der er opført i Tabellen, samt $k = 0,0005259$, med Benyttelse af almindelige Logaritmer, og idet τ angives i Minutter. Benyttes Formlen med den her fundne Værdi for k til Beregning af Trykforskellen til Tiden $\tau = 18^h 25'$, faas $p'_1 - p'_2 = 0,0590$. I Sammenligning hermed ses det af Tabellen, at den observerede Trykforskel var 0,0592. Af denne Overensstemmelse ser man, at den anvendte Ekstrapolationsmetode er rigtig, og at Gennemstrømningen virkelig følger den Lov, som forudsattes at gælde. Vi tør heraf slutte, at en Luftarts Strømning gennem et Rør eller et porøst Legeme, i hvilket der finder et Temperaturfald Sted, foregaar efter en Lov, der er ganske analog med Elektricitetens Strømning gennem et Stykke Ledning, i hvilket der findes en

elektromotorisk Kraft f. Eks. hidrørende fra et Element. Denne Analogi kan føres videre, idet enhver Forandring i Luftens Strømstyrke fremkaldt ved Forandringer af Trykkene p_1 og p_2 bevirker Temperaturforandringer i Luften og dermed ogsaa i Røret, og den saaledes opstaaede Temperaturforskel vil modvirke Forandringen i Strømstyrken. Bliver f. Eks. Trykket p_1 større, medens p_2 bliver uforandret, bliver ogsaa Luftens Strømstyrke større. Ved den Arbejdsydelse, som er nødvendig for at gøre p_1 større, stiger imidlertid Temperaturen T_1 i den Luft, som strømmer igennem. Forholdet $\frac{T_1}{T_2}$ bliver derfor større, hvorfor

Luften faar en Tendens til at søge hen imod højere Temperatur og voksende Tryk. Luftens Strømstyrke bliver derved mindre, end den vilde være, hvis denne Temperaturforandring ikke fandt Sted, ganske som en voksende elektrisk Strømstyrke ved Selvinduktion fremkalder en elektromotorisk Modkraft. Det ses let, at en Formindskelse af p_1 fremkalder et induceret termisk Molekulartryk, som virker til at forøge Luftens Strømstyrke. Et Fænomen, der i nogen Grad er analogt med den gensidige Induktion, viser sig ogsaa ved Luftstrømningen. Ved at p_1 i det omtalte (primære) Rør bliver større, frembringes nemlig ved Varmeledning og Straaling fra dette Rør en saadan Opvarmning i et nærliggende (sekundært) Rør, at en Luftstrømning opstaar i dette rettet modsat den primære, forudsat at Røret danner en snæver Del af et i sig selv tilbageløbende Rør.

Idet vi ved Ekstrapolationen fandt $(p'_1 - p'_2)_\infty = 0,0800$, bliver de Værdier, mod hvilke Trykkene p'_1 og p'_2 konvergerer for τ voksende mod ∞ $p'_1 = 0,3428$ og $p'_2 = 0,2628$. Medens det her anførte Tryk p'_2 er det samme som Trykket p_2 i Magnesiaproppens kolde Ende, der har samme Temperatur som det dermed forbundne Manometer, betegner p'_1 det Tryk, som maales i det andet Manometer. Mellem dette og Magnesiaproppens varme Ende findes imidlertid en Temperaturstigning og dermed en Trykstigning. Er dennes Størrelse p''

faar man det i Magnesiaproppens varme Ende virkelig tilstedeværende Tryk bestemt ved $p_1 = p'' + 0,3428$. Til Bestemmelse af Trykstigningen p'' kan man bemærke, at Temperaturfaldet findes i et Rør, hvis Diameter er 0,75 cm. I Sammenligning hermed er Brintmolekulernes Middelveljængde λ ved Trykket 0,34 mm Kvægsølvtryk $\lambda = 0,048$ cm. Middelveljængden er altsaa en lille Brøkdel af Rørdiametren, hvoraf følger, at p'' maa være en lille Størrelse i Sammenligning med p_1 .

Til Beregning af p'' anvendes Formlen

$$\frac{dp}{dT} = \frac{0,00139 \frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}} \frac{\eta_0}{\sqrt{\rho_0}} k_1}{R + 25,98 \frac{\sqrt{\rho_0}}{\eta_0} \frac{1 + \frac{C}{T}}{1 + \frac{C}{273}} R^2 \frac{p}{T}}$$

hvor Bogstaverne har den i den citerede Afhandling angivne

Betydning. Sættes k_1 lig med 1,4 og $\frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}} = 1,08$ i det her

benyttede Temperaturinterval, faas med Tilnærmelse $p' = 0,0040$ og altsaa $p_1 = 0,3468$.

Denne Værdi i Forbindelse med den foran anførte Værdi for p_2 giver

$$\frac{p_1}{p_2} = 1,320.$$

Af de observerede absolute Temperaturer T_1 og T_2 faar man Konvergensværdien $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1,329$.

Den her fundne Overensstemmelse er saa god, som man kunde ønske, idet Afvigelsen kun beløber sig til knap 0,7 %. Det

nøjagtigere Udtryk $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}}}$, hvor $2R$ sættes lig 0,00068 (se senere), giver

$$\frac{p_1}{p_2} = 1,318,$$

altsaa en god Overensstemmelse med Iagttagelsen.

Vi ser altsaa den teoretiske Formel fuldkommen bekræftet, og vi tør omvendt slutte, at Mellemrummene mellem Magnesiakornene er forsvindende i Sammenligning med Molekulernes Middelvejlængde. I Følge de tidligere Undersøgelser kan man antage, at de største Mellemrum, som væsentligst bidrager til at give en Afvigelse fra Formlen $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$, ikke beløber sig til mere end nogle faa % af Middelvejlængden, saa at disse Mellemrum kan anslaas til at være af Størrelsesordenen 0,001 cm eller mindre.

En anden lignende Forsøgsrække med Brint ved et ca. 13 Gange saa stort Middeltryk som det forrige gav følgende Resultater:

τ	p'_1	p'_2	$p'_1 - p'_2$
0	3,871	3,871	0,000
24 ^b 05'	4,239	3,527	0,712
48 ^b 10'	4,325	3,451	0,874
71 ^b 15'	4,341	3,428	0,913
∞	4,346	3,424	0,922

Af de tre første Trykmaalinger beregnes paa samme Maade som foran $(p'_1 - p'_2)_\infty = 0,922$ og $k = 0,0004449$. At k her er fundet ca. 16 % mindre end ved det lavere Tryk, betyder, at Udjævningen foregaar hurtigere ved det lave end ved det høje Tryk, hvilket er i Overensstemmelse med Lovene for Luftarters Strømning gennem snævre Rør. Beregner man af den her fundne Værdi for k Værdien for $p'_1 - p'_2$ efter 71^b15' Forløb siden Forsøgets Begyndelse, faas 0,910, hvor man af Tabellen ser, at den observerede Trykdifferens er 0,913, altsaa en tilfredsstillende Overensstemmelse.

Af Hensyn til Temperaturstigningen i Glasrøret, hvor Magnesiaproppen ikke findes, skal p'_1 korrigeres med 0,0005. Man faar altsaa, at Trykkene i Magnesiaproppens Ender i Ligevægts-tilstanden bliver $p_1 = 4,347$ og $p_2 = 3,424$, hvoraf

$$\frac{p_1}{p_2} = 1,271,$$

medens

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1,323.$$

Vi finder altsaa her en Afvigelse fra Ligningen $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$, og denne Afvigelse vil vi forklare derved, at Afstanden mellem Magnesiapartiklerne ikke er forsvindende lille i Sammenligning med Middelvejlængden.

For et cylindrisk cirkulært Rør har jeg tidligere fundet, at Trykket p i Ligevægtstilstanden er forbundet med den absolute Temperatur T ved Ligningen

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \frac{1}{2} \frac{dT}{T}$$

gældende med Tilnærmelse, naar Rørdiametren $2R$ er lille i Sammenligning med Middelvejlængden λ . Ved Integration giver denne Ligning, idet man ser bort fra Middelvejlængdens Variation med Temperaturen,

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}}},$$

der ses at gaa over til $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$, naar $2R$ er forsvindende i Sammenligning med λ . Anvendes Ligningen paa de anførte Maalinger, faas

$$1,271 = 1,323 \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}},$$

hvoraf $\frac{2R}{\lambda} = 0,168$.

Ved Middeldtrykket 3,9 mm Kvægsølvtryk er Brintmolekulernes Middelvejlængde λ ca. 0,0040 cm og altsaa

$$2R = 0,00068 \text{ cm.}$$

Man kan saaledes vente, at et Rør af denne Diameter vilde give den samme Værdi for Forholdet $\frac{p_1}{p_2}$, som fandtes ved Magnesiaproppen, og man kan derfor med en vis Ret antage, at Porerne i denne gennemsnitlig er af omtrent samme Størrelse.

Efterskrift.

Prof. K. PRYTZ har henledt min Opmærksomhed paa et Arbejde af O. REYNOLDS¹. Reynolds har udført en stor Mængde Forsøg af lignende Art som de her omtalte. Han undersøger den „termiske Transpiration“ gennem porøse Plader af Gips og Merskum og forklarer Resultaterne ved den kinetiske Teori. Saaledes opstilles Formlen $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$, men denne Formel blev dog ikke eksperimentelt bevist, da Reynolds ikke direkte maalte Temperaturerne T_1 og T_2 .

MAXWELL² foreslog at kalde det af Reynolds iagttagne Fænomen for „termisk Effusion“, fordi han mente, at Luftens Strømning gennem porøse Legemer følger lignende Love som Strømninger gennem Aabninger i en tynd Væg. Maxwell behandler ogsaa teoretisk Luftens Strømning gennem snævre Rør og dens Afhængighed af Tryk- og Temperaturgradient og kommer ved Anvendelse af Resultater af KUNDTs og WARBURGS Forsøg over Glidning til følgende Ligning for Ligevægts-tilstanden

$$\frac{dp}{dT} = 6 \frac{\eta^2}{\rho T} \frac{1}{R^2 + 4GR}$$

hvor G er Glidningskoefficienten.

I Sammenligning hermed giver min Formel (3), som kan anvendes, naar $2R$ er stor i Modsætning til λ , og naar tilsvarende Betegnelser indføres, idet G , som jeg tidligere har vist, sættes lig med $\frac{8\sqrt{2}\eta}{3V\pi V\rho_1 p}$ 0,81,

$$\frac{dp}{dT} = 4k_1 \frac{\eta^2}{\rho T} \frac{1}{R^2 + 6,1GR}$$

Den formelle Overensstemmelse er altsaa fuldstændig, kun er Konstanterne noget forskellige.

¹ O. REYNOLDS, Phil. Trans. London 1879, S. 727. Udførlig omtalt af O. E. Meyer, Beiblätter 1882, S. 455.

² I. CLERK MAXWELL, Phil. Trans. London 1879, S. 231.